Infocommunications and Radio Technologies, vol. 6, no. 4, pp. 374–385, 2023. *Инфокоммуникационные и радиоэлектронные технологии*. 2023. Т. 6, № 4. С. 374—385. ISSN: 2587-9936 DOI: 10.29039/2587-9936.2023.06.4.28

УДК 654.16; 621.391; 621.396; 519.21; 530.182

Моделирование энергетического приемника для систем сверхширокополосной хаотической радиосвязи¹

^{1,2}Андреев Ю. В.

¹Институт радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН г. Москва, ГСП-3, 125009, Российская Федерация andreev.iuv@mipt.ru ²Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет) г. Долгопрудный МО, 141700, Институтский пер., 9, Российская Федерация

> Получено: 20 мая 2023 г. Отрецензировано: 31 мая 2023 г. Принято к публикации: 31 мая 2023 г.

Аннотация: Исследована проблема моделирования энергетического приема сверхширокополосных хаотических радиоимпульсов для системы хаотической радиосвязи. Показано, что комбинация методов численного и аналитического моделирования полностью закрывает задачу расчета характеристик сверхширокополосных систем хаотической радиосвязи. С одной стороны, численный метод эффективен для расчета приемных систем с короткими радиоимпульсами, однако при увеличении длительности радиоимпульсов скорость метода пропорционально падает, в то время как технические требования к вычислительной аппаратуре пропорционально растут. С другой стороны, точность аналитического решения, недостаточная в случае коротких радиоимпульсов, пропорционально растет с увеличением длительности радиоимпульсов. Таким образом, в данной задаче численный и аналитический методы идеально дополняют друг друга. Показано, что точность приближенного аналитического решения для оптимального порога и вероятности ошибки приема становится достаточной для инженерных расчетов при значениях базы хаотических радиоимпульсов В ≥ 200. Комбинация численного и аналитического методов моделирования позволяет существенно сократить длительность и трудоемкость расчетов хаотических систем связи, например, систем, обеспечивающих предельные дальности за счет увеличения базы сигнала (процессинга).

Ключевые слова: сверхширокополосные системы связи; энергетический детектор; динамический хаос; хаотический радиоимпульс; прямохаотические системы связи.

¹ Работа выполнена по Государственному заданию ИРЭ им. В. А. Котельникова РАН.

Для цитирования (ГОСТ 7.0.5—2008): Андреев Ю. В. Моделирование энергетического приемника для систем сверхширокополосной хаотической радиосвязи // Инфокоммуникационные и радиоэлектронные технологии. 2023. Т. 6, № 4. С. 374—385.

Для цитирования (ГОСТ 7.0.100—2018): Андреев, Ю. В. Моделирование энергетического приемника для систем сверхширокополосной хаотической радиосвязи / Ю. В. Андреев // Инфокоммуникационные и радиоэлектронные технологии. — 2023. — Т. 6, № 4. — С. 374—385.

1. Введение

Одной из интегральных характеристик системы связи является зависимость вероятности ошибки приема P от отношения сигнал/шум (на бит) E_b/N_0 в точке приема. Вероятность ошибки определяется широким набором параметров, таких, как тип несущей, скорость передачи, способ и параметры модуляции и т. д., поэтому общее решение невозможно. В связи с этим расчеты вероятности ошибки приема от отношения сигнал/шум в многомерном пространстве параметров модуляции, как правило, выполняются путем численного моделирования, что является долгой и трудоемкой процедурой. Однако в некоторых конкретных случаях возможно точное или приближенное аналитическое решение для вероятности ошибки.

Прямые численные расчеты вероятности ошибки включают в себя моделирование прохождения радиоимпульсов через канал связи с шумом и детектирование их приемным устройством. Применительно к прямохаотическим системам связи [1, 2], при выбранном способе модуляции (амплитудная манипуляция, ортогональная система сигналов) и фиксированных параметрах хаотической несущей (частота $F = (f_{lo}, f_{up})$, ширина полосы $\Delta F = f_{up} - f_{lo}$) вероятность ошибки P определяется длительностью хаотических радиоимпульсов T_p или такими связанными с ней параметрами, как скорость передачи $R \sim 1/T_p$, база сигнала $B = 2T_p\Delta F$ и т. п.

Чтобы построить зависимость $P(E_b/N_0)$, процедура численного моделирования может выглядеть следующим образом. Для выбранного значения длительности радиоимпульса T_p и заданного отношения E_b/N_0 необходимо сформировать N «хаотических» радиоимпульсов, с помощью генератора случайных чисел сформировать N «шумовых» радиоимпульсов, отфильтровать их в полосе частот хаотического сигнала, сложить их с учетом отношения сигнал/шум, вычислить энергию импульсов E_p , набрать статистику энергии радиоимпульсов, соответствующих передаче символов «0» и «1», выбрать оптимальный порог и вычислить вероятность ошибки $P(E_b/N_0)$. После этого необходимо задать новое значение отношения сигнал/шум E_b/N_0 и повторить вычисления. Чтобы набрать надежную статистику, для вероятности ошибки P необходимо произвести расчеты, как минимум, с $N = (10-100) \times 1/P$ радиоимпульсами. Например, если требуется определить значения параметров системы, обеспечивающих прием сигнала с вероятностью ошибки $P = 10^{-4}$, необходимо промоделировать прием порядка $N = 10^5 - 10^6$ радиоимпульсов. Заметим, что параметр моделирования N растет обратно пропорционально требуемой вероятности ошибки P. Соответственно растет и время моделирования.

Более того, при увеличении длительности радиоимпульсов T_p пропорционально растут и технические требования к вычислительным ресурсам, таким как объем оперативной памяти, что также уменьшает скорость вычислений. Поэтому практически время вычислений растет быстрее, чем T_p .

Для систем с короткими импульсами (с базой $B \sim 10-100$) численное моделирование является достаточно эффективным и позволяет относительно быстро получать зависимости $P(E_b/N_0)$. Однако в СШП системах связи на хаотических радиоимпульсах (прямохаотических системах связи) база сигнала может достигать значений B = 200-1000 и более. Особенно это касается систем, в которых ставится задача увеличения дальности связи за счет снижения скорости передачи и накопления сигнала соответственно, увеличения длительности радиоимпульса T_p , а значит и базы сигнала $B = 2T_p\Delta F$.

В связи с этим была поставлена задача создания аналитической модели некорреляционного приема СШП хаотических радиоимпульсов для СШП хаотических систем связи. Промежуточные результаты построения такой модели докладывались на «Крымико'2021» [3]. Подробный обзор моделей энергетических приемников и подходов к построению аналитических моделей энергетического приемника приводится в [4].

2. Аналитическая модель энергетического приемника

Общая схема энергетического приема приведена на рис. 1. Принятый сигнал после соответствующего полосового фильтра поступает на квадратичный детектор, а с него на интегратор. Связка этих двух устройств может быть реализована с помощью диода с квадратичной характеристикой и фильтра низких частот (дальнейшие результаты справедливы также и для логарифмического детектора). После интегратора сигнал пропорционален мгновенному значению мощности радиоимпульса на входе. В пороговом устройстве происходит выделение принятого символа, «0» или «1».

В данной модели делаются следующие разумные допущения: канал связи статический; шум в канале — аддитивный гауссовский; эффектами многолучевого распространения пренебрегаем.



Рис. 1. Общая схема энергетического приемника. Fig. 1. General scheme of the energy receiver

Рассмотрена ортогональная система сигналов, в которой символ «1» кодируется наличием СШП хаотического радиоимпульса на предписанной временной позиции, а символ «0» — отсутствием радиоимпульса на этой позиции. Считается, что символы передаются в среднем равновероятно, т. е. p(0) = p(1) = 1/2.

Обозначим радиочастотный сигнал на входе детектора X(t). Требуется обнаружить радиоимпульс на известной временной позиции $[0, T_p]$, где T_p — длина радиоимпульса. Для этого необходимо различить два случая:

$$\begin{cases} X_1(t) = s(t) + \xi(t), - \text{ символ «1»} \\ X_0(t) = \xi(t), - \text{ символ «0»}, \end{cases}$$
(1)

где s(t) — несущий хаотический сигнал, $\xi(t)$ — шум канала. Полоса частот несущего сигнала и шума ограничена [f_{lo}, f_{up}].

На выходе квадратичного устройства (рис. 1) получаем сигнал $X^2(t)$, а на выходе интегратора — сигнал, пропорциональный энергии радиоимпульса, т. е. E_1 в случае символа «1» или E_0 в случае символа «0». (Здесь и далее подстрочные знаки «1» и «0» в обозначениях переменных и функций относятся к случаям передачи символов «1» или «0».)

Раскроем выражение для энергии радиоимпульсов.

$$\begin{cases} E_1 = \int_0^T (s(t) + \xi(t))^2 dt = \int_0^T s^2(t) dt + \int_0^T \xi^2(t) dt + 2 \int_0^T s(t) \xi(t) dt \\ E_0 = \int_0^T (\xi(t))^2 dt = \int_0^T \xi^2(t) dt \end{cases}, (2)$$

Хаотический сигнал s(t) и гауссова помеха $\xi(t)$ являются взаимно некоррелированными случайными (псевдослучайными) величинами с нулевым средним, поэтому кросскорреляционным членом в (2) можно пренебречь.

Для дальнейшего анализа удобно перейти от непрерывного представления сигналов к дискретному, т. е.

$$E_1 = \sum_{i=1}^n s_i^2 + \sum_{i=1}^n \xi_i^2, \tag{3}$$

$$E_0 = \sum_{i=1}^n \xi_i^2,$$
 (4)

Здесь s_i и ξ_i — независимые отсчеты на интервале $[0, T_p]$. Согласно теореме Котельникова отсчеты берутся через интервалы времени $\Delta t = 1/2\Delta F = \frac{1}{2(f_{up}-f_{lo})}$. Число таких отсчетов (степеней свободы сигнала) равно $n = \frac{T_p}{\Delta t} = 2T_p\Delta F = B$, где B — база сигнала.

Энергия E_0 в выражении (4) есть сумма квадратов отсчетов случайной помехи. Поскольку шум на входе детектора считаем гауссовым, независимые отсчеты шума можно описать нормальным распределением $N(0, \sigma_{noise}^2)$. Соответственно, сумма квадратов таких отсчетов описывается распределением хи-квадрат с *n* степенями свободы с моментами $E[\chi] = n\sigma_{noise}^2$, $D[\chi] = 2n\sigma_{noise}^2$, которое при больших *n* можно приближенно описать [5] нормальным распределением $N(n\sigma_{noise}^2, 2n\sigma_{noise}^4)$. В практических приложениях прямохаотической связи условие $n \gg 1$ уверенно выполняется [1, 2], поэтому E_0 можно с хорошей точностью аппроксимировать выражением

$$E_0 = \sum_{i=1}^n \xi_i^2 = n\sigma_{noise}^2 + \zeta_{noise},\tag{5}$$

где ζ_{noise} — случайная величина, описываемая нормальным распределением $N(0, 2n\sigma_{noise}^4)$.

Аналогично рассмотрим оценку энергии на позиции радиоимпульса E_1 . Заметим, что она фактически не содержит информации о характере носителя информации (хаотический, регулярный, тип модуляции и т. д.). Однако природа носителя проявляется в статистике значений E_1 .

При достаточно широкой полосе $[f_{lo}, f_{up}]$ дискретные выборки амплитудного хаотического сигнала s_i с плоской спектральной характеристикой, взятые с тем же шагом Δt , с хорошей точностью могут быть описаны нормальным распределением с нулевым средним и дисперсией $D = \sigma_{chaos}^2$.

Тогда в выражении (3) для E_1 , значения энергии радиоимпульса Σs_i^2 тоже описываются распределением хи-квадрат, которое так же, как в выражении для E_0 , можно аппроксимировать нормальным распределением. В этом случае,

$$E_{1} = \sum_{i=1}^{n} s_{i}^{2} + \sum_{i=1}^{n} \xi_{i}^{2} = n(\sigma_{x}^{2} + \sigma_{u}^{2}) + \zeta_{x} + \zeta_{u} = \zeta_{\Sigma'}.$$
 (6)

где ζ_{Σ} — отсчеты с нормальным распределением $N\left(n\left(\sigma_{chaos}^{2}+\sigma_{noise}^{2}\right), 2n\left(\sigma_{chaos}^{2}+\sigma_{noise}^{2}\right)^{2}\right)$.

ANDREYEV Yu. V. Modeling an Energy Receiver for Ultrawideband Chaotic Communications АНДРЕЕВ Ю. В. Моделирование энергетического приемника для систем...

Для удобства введем параметр $\gamma = \frac{\sigma_{chaos}^2}{\sigma_{noise}^2}$, тогда выражение для распределения выглядит немного проще $N(n\sigma_{noise}^2(1+\gamma), 2n\sigma_{noise}^4(1+\gamma)^2)$.

Таким образом, распределения отсчетов энергии аппроксимированы в модели следующими функциями:

$$w_0(x) = \frac{1}{\sigma_{noise}^2 \sqrt{4\pi n}} e^{-\frac{(x - (E_0))^2}{4n\sigma_{noise}^4}}$$
(7)

$$w_1(x) = \frac{1}{(1+\gamma)\sigma_{noise}^2\sqrt{4\pi n}} e^{-\frac{(x-\langle E_1 \rangle)^2}{4n\sigma_{noise}^4(1+\gamma)^2}}$$
(8)

где $\langle E_0 \rangle = n \sigma_{noise}^2$ и $\langle E_1 \rangle = \langle E_0 \rangle (1 + \gamma)$ являются средними значениями энергии принятого сигнала на интервале $[0, T_p]$ соответственно при отсутствии и наличии радиоимпульса (см. рис. 2).



Рис. 2. Функции распределения энергии для символов «0» и «1». Fig. 2. Energy distribution functions for the symbols "0" and "1"

Чтобы различить принятые символы, введем порог по энергии X_T . Если энергия импульса ниже порога, т. е. $E_p < X_T$, считаем, что принят символ «0»; в противном случае символ «1».

Вероятность ошибки P_{err} складывается из вероятностей ложного обнаружения для каждого из символов (соответствует заштрихованной области на рисунке 2). С учетом вероятности передачи символов p(0) = p(1) = 1/2 получаем

$$P_{err} = P_{err,0} + P_{err,1} = \frac{1}{2} \int_{X_T}^{\infty} w_0(x) dx + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{X_T} w_1(x) dx, \qquad (9)$$

379

Оптимальный порог получаем путем минимизации функционала $P_{err}(x)$. Нетрудно показать, что минимум достигается при пороге X_T , заданном уравнением

$$w_1(X_T) = w_0(X_T), (10)$$

Введем новую переменную $y = x/\langle E_0 \rangle = x/(n\sigma_{noise}^2)$ и решим уравнение (10). После преобразований получаем квадратное уравнение

$$y^{2} - 2\frac{1+\gamma}{2+\gamma}y - \frac{4}{n}\frac{(1+\gamma)^{2}}{((1+\gamma)^{2}-1)}\ln + \ln(1+\gamma) = 0,$$
(11)

которое имеет два действительных корня: один отрицательный (его отбрасываем), а второй положительный, который и дает явное выражение для оптимального порога:

$$\frac{X_{\rm T}}{\langle E_0 \rangle} = \frac{1+\gamma}{2+\gamma} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4}{\rm B} \frac{2+\gamma}{\gamma} \ln((1+\gamma))} \right). \tag{12}$$

В выражении (12) параметр $B = 2T_p\Delta F$ — база (или процессинг, или число степеней свободы) сигнала, а $\gamma = \frac{\sigma_{chaos}^2}{\sigma_{noise}^2}$ — параметр, который можно рассматривать как своего рода отношение сигнал/шум (SNR) на входе приемника. На самом деле, $SNR = \frac{P_{chaos}}{P_{noise}} = \frac{\gamma}{2}$ (при p(0) = p(1) = 1/2), поскольку средняя мощность сигнала P_{chaos} равна половине мощности импульса (так как на позициях нулевых символов мощность полезного сигнала равна нулю).

Зная оптимальный порог, вводя выражение $Y_T = X_T / \langle E_0 \rangle$ и используя симметрию $w_1(x)$, получаем следующее аналитическое решение для вероятности ошибки приема сверхширокополосных хаотических радиоимпульсов с большой базой (B >> 1):

$$P_{\text{err}} = \frac{1}{2} Q\left(\sqrt{\frac{B}{2}} \left(Y_{\text{T}} - 1\right)\right) + \frac{1}{2} Q\left(\sqrt{\frac{B}{2}} \left(1 - \frac{Y_{\text{T}}}{1 + \gamma}\right)\right),\tag{13}$$

где $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-t^2/2} dt$ — дополнительная кумулятивная функция нормального распределения; *B* — база сигнала; *Y_T* — порог, нормированный на среднюю энергию шума <*E*₀>; параметр $\gamma = 2 \cdot SNR$.

3. Соотношение аналитических и расчетных моделей приема

Сравним аналитические оценки (13) с результатами численного моделирования. На рисунке 3 численные оценки вероятности показаны маркерами, а аналитические оценки — непрерывными кривыми. Чтобы получить численные оценки для заданного значения отношения сигнал/шум на бит (E_b/N_0), набиралась статистика E_0 и E_1 на 10^6 — 10^7 хаотических радиоимпульсах с базой *B*, затем оценивалась площадь под перекрывающимися «хвостами» распределений (заштрихованные области на рисунке 2), значение этой площади фактически и представляет собой вероятность ошибки приема. Чтобы перейти от отношения сигнал/шум на точку (*SNR*) к более привычной для импульсных сигналов форме E_b/N_0 , выполним следующие простые преобразования:

$$SNR = \frac{\langle P_{chaos} \rangle}{\langle P_{noise} \rangle} = \frac{E_b}{T_p} \cdot \frac{1}{N_0 \Delta F} = \left(\frac{E_b}{N_0}\right) \cdot \frac{2}{2T_p \Delta F} = \left(\frac{E_b}{N_0}\right) \cdot \frac{2}{B},$$
(14)

где E_b — средняя энергия бита; T_p — длительность радиоимпульса; N_0 — спектральная плотность шума; ΔF — ширина полосы СШП сигнала; $B = 2\Delta F T_p$ — база сигнала. Итак,



Рис. 3. Зависимость вероятности ошибки приема *Perr* от E_b/N_0 и базы сигнала *B*. Fig. 3. Reception error probability *Perr* as a function of E_b/N_0 and signal base *B*

Как можно видеть на рисунке 3, при малых значениях базы сигнала *В* аналитические и численные оценки с увеличением E_b/N_0 расходятся, что означает, что при малых значениях базы *В* приближенные аналитические оценки (13) не очень точны.

Однако с ростом базы *B* расхождение уменьшается и становится незначительным. Расхождение аналитических и численных оценок объясняется аппроксимацией распределения хи-квадрат нормальным распределением, а точность аппроксимации возрастает при $B = n \rightarrow \infty$. Как видно из рисунка 3, если для B = 100 при $P_{err} = 10^{-4}$ разница в значениях E_b/N_0 между расчетным и аналитическим графиками составляет около 0,6 дБ, то для B = 200 она становится уже меньше 0,2 дБ, что является вполне приемлемой точностью при разработке практических систем.

Таким образом, для $B \ge 200$ представленная модель энергетического приема позволяет оценить вероятность ошибки с точностью, достаточной для инженерных расчетов.

4. Заключение

В докладе представлена аналитическая модель энергетического приема сверхширокополосных хаотических радиоимпульсов и проведено сравнение приближенных аналитических оценок с результатами численного моделирования.

Трудоемкость расчета характеристик приема СШП хаотических радиоимпульсов путем численного моделирования растет, по меньшей мере, пропорционально базе сигнала; как следствие, расчет систем хаотической связи с большой базой предъявляет высокие требования к вычислительному устройству. Поэтому такие расчеты можно заменить вычислениями по аналитическим формулам, тем более, что их точность с увеличением базы сигнала только увеличивается. А в области малых баз, там, где приближенные аналитические оценки становятся неточны, достаточно эффективно можно использовать численное моделирование. Показано, что для инженерных расчетов граница применимости численной и аналитической моделей может быть выражена как B = 200.

Областью применения предлагаемой аналитической модели являются, прежде всего, системы сверхширокополосной связи, основанные на хаотических радиоимпульсах, например, системы связи, обеспечивающие предельные дальности за счет увеличения базы сигнала (процессинга).

Комбинация предложенной аналитической модели и численного моделирования «закрывает» проблему расчета характеристик СШП хаотических систем связи.

Список литературы

- 1. Дмитриев А. С. Динамический хаос как носитель информации. В кн. : Новое в синергетике : Взгляд в третье тысячелетие / М. : Наука, 2002. С. 82—122.
- Dmitriev A. S., Kyarginsky B. E., Panas A. I., Starkov S. O. Experiments on ultra wideband direct chaotic information transmission in microwave band // Int. J. Bifurcation and Chaos. 2003. Vol. 13, no. 6. P. 1495—1507.
- 3. Андреев Ю. В. Прием сверхширокополосных хаотических радиоимпульсов с большой базой // СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии. 2021. № 3. С. 81—82.
- Andreyev Yu. Analytical Model of an Energy Detector for Ultra-Wideband Chaotic Communications // Electronics. 2023. Vol. 12, no. 4. P. 954.
- Montgomery D. C., Runger G. C. Applied Statistics and Probability for Engineers. 6th ed. Wiley, 2014. 836 p.

Информация об авторе

Андреев Юрий Вениаминович, старший научный сотрудник ИРЭ им. В. А. Котельникова РАН, главный научный сотрудник МФТИ, г. Москва, Российская Федерация.

Modeling an Energy Receiver for Ultrawideband Chaotic Communications

Yu. V. Andreyev^{1,2}

 ¹ Kotelnikov Institute of Radio Engineering and Electronics of RAS Moscow, GSP-3, 125009, Russian Federation andreev.iuv@mipt.ru
² Moscow Institute of Physics and Technology Dolgoprudny Moscow Region, 141700, Institutskiy per., 9, Russian Federation

> Received: May 20, 2023 Peer-reviewed: May 20, 2023 Accepted: June 3, 2023

Abstract: The problem of modeling an energy receiver of ultra-wideband chaotic radio pulses for chaotic radio communications is studied. As is shown, a combination of numerical and analytical modeling completes the problem of calculating characteristics of ultra-wideband chaotic communication systems. On the one hand, the numerical method is effective for calculating receiving systems with short radio pulses, and with an increase in the duration of radio pulses T_p the rate of the method decreases proportionally, whereas technical requirements for the computing equipment increase proportionally, so the operation time increases faster than T_p . On the other hand, the accuracy of the analytical solution, which is insufficient in the case of short radio pulses, grows proportionally with an increase in the duration of the radio pulses. Thus, in this problem, the numerical and analytical methods ideally complement each other. It is shown that the accuracy of the approximate analytical solution for the optimal threshold and the error probability becomes sufficient for engineering calculations at the values of the number of freedom degrees (processing gain) of chaotic radio pulses $B \ge 200$. The combination of numerical and analytical modeling methods can significantly simplify tiresome modelling of chaotic communication systems, for example, those that provide maximum range by increasing the signal length.

Keywords: ultrawideband communications; energy detector; chaotic radio pulse; direct chaotic communications; envelope detector; logarithmic detector.

For citation (IEEE): Yu. V. Andreyev, "Modeling an Energy Receiver for Ultrawideband Chaotic Communications," *Infocommunications and Radio Technologies*, vol. 6, no. 4, pp. 374–385, 2023, doi: 10.29039/2587-9936.2023.06.4.28. (In Russ.).

References

[1] A. S. Dmitriev, "Dynamic chaos as a carrier of information," In : *New in synergetics : A look into the third millennium*, Moscow : Nauka, 2002, pp. 82–122. (In Russ.).

ANDREYEV Yu. V. Modeling an Energy Receiver for Ultrawideband Chaotic Communications АНДРЕЕВ Ю. В. Моделирование энергетического приемника для систем...

- [2] A. S. Dmitriev, B. Ye. Kyarginsky, A. I. Panas, and S. O. Starkov, "Experiments on Direct Chaotic Communications in Microwave Band," *International Journal of Bifurcation and Chaos*, vol. 13, no. 06, pp. 1495–1507, Jun. 2003, doi: 10.1142/s0218127403007345.
- [3] Yu. V. Andreyev, "Reception of ultra-wideband chaotic radio pulses with a large base," *Microwave and telecommunication technology*, no. 3, pp. 81–82, 2021. (In Russ.).
- [4] Yu. V. Andreyev, "Analytical Model of an Energy Detector for Ultra-Wideband Chaotic Communications," *Electronics*, vol. 12, no 4, p. 954, 2023, doi: 10.3390/electronics12040954.
- [5] D. C. Montgomery and G. C. Runger, *Applied Statistics and Probability for Engineers*, 6th ed., Wiley, 2014.

Information about the author

Yuri V. Andreyev, Senior Researcher of Kotelnikov Institute of Radio Engineering and Electronics of RAS, Chief Researcher of MIPT, Moscow, Russian Federation.